REPUBLIQUE TUNISIENNE
Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique
Université de Sfax

Concours de réorientation universitaire Mars 2014
Epreuve de Mathématique
Durée : deux heures

Exercice :1 (7.5 points)

Répondre par vrai ou faux à chacune des assertions suivantes. Aucune justification n'est demandée.

1) On a : $\ln(2014) < e^{2014}$.
2) Pour tout réel strictement positif x on a : $lnx \geq 0$
3) $\lim_0 \frac{e^x - 1}{2x} = 1$
4) Pour tout réel x on a : $\ln(x^2 + x) = lnx + \ln(x+1)$.
5) $\int_2^1 \frac{x^2}{e^x} dx \leq 0$
6) La fonction : x→ $\ln\left|\frac{1-x}{1+x}\right|$ définie sur $\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$ est une fonction impaire.
7) Les fonctions : x→ xe^x et $x \to \frac{x+xe^x}{1+e^{-x}}$ sont deux primitives sur $\mathbb{R}$ d'une meme fonction.
8) $\int_e^1 x.\ln x\, dx = \left(\int_e^1 x dx\right).\left(\int_e^1 \ln x\, dx\right)$
9) L'équation : $e^{2x} + 3e^x + 2 = 0$ admet deux solutions distinctes dans $\mathbb{R}$.
10) $\int_{-2}^2 \ln\left|\frac{x-3}{x+3}\right| dx = \int_2^{-2} \ln\left|\frac{x-3}{x+3}\right| dx$

Exercice 2 (5points)

On considère la fonction f définie sur IR^*_+ par $f(x) = (2e - x)lnx$

1) Calculer f(e) et f(2e).
2) Montrer que : $f'(x) = -1 + \frac{2e}{x} - lnx$
3) On admet que f' est strictement décroissante sur IR^*_+.
   a) Calculer f'(e)

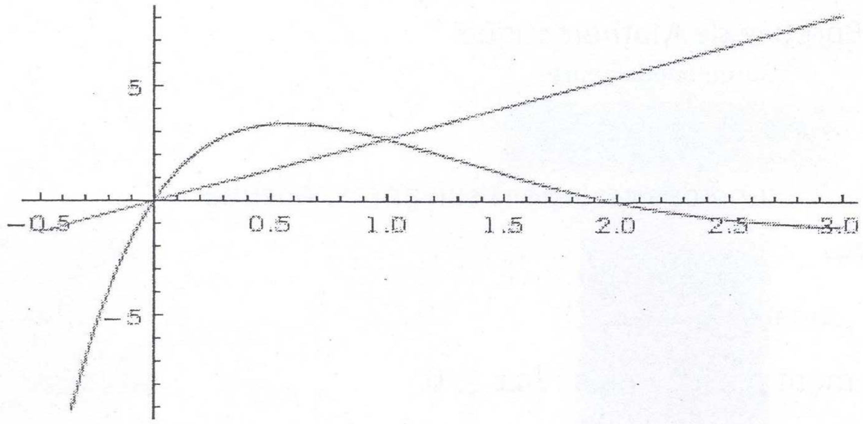
b) Déterminer le signe de f'(x)

4) Dresser le tableau de variations de f.

5) a) Résoudre l'équation f(x)=0.

b) Donner le signe de f(x) sur IR^*_+.

Exercice3 : (7.5 points)



Le plan étant rapporté à un repère orthogonal (o, i, j).

- On considère une fonction f définie et dérivable sur IR, qui s'annule en zéro.
- La courbe représentative de f admet une tangente (T_A) au point A (1, e).
- Dans le graphique ci-dessus on a représenté la droite (T_A) et la portion relative à l'intervalle $[-0.5; 3]$ de la représentation graphique $C_{f'}$ de la fonction f' dérivée de f.

1) Par une lecture graphique :

a) Déterminer f'(0), f'(2), f'(1) et f(1).

b) Donner une équation de (T_A).

c) Calculer, en unité d'aire, l'aire de la partie plane limitée par $C_{f'}$, la droite (T_A) et les droites d'équations x=0 et x=1

d) Déterminer le sens de variation de f sur l'intervalle$[-0.5; 3]$.

2) On suppose que : $f(x) = (ax^2 + bx)e^{2-x}$

a) Déterminer les réels a et b.

b) En déduire que : $f(x) = \int_0^x (2t - t^2)e^{2-t}dt$

c) Montrer, alors, que : $\int_0^1 \left(\frac{2t-t^2}{e^t}\right) dt = \frac{1}{e}$